Olimpiada Naționala de Matematică
Etapa locală, 11 februarie 2012
Clasa a XI-a

Varianta 2

1. Fie $(t_n)_{n\geq 1}$ un sir de numere reale astfel incat $t_{n+1} - t_n \leq \frac{1}{n!}$ si t_n admite un subsir marginit . Sa se arate ca $(t_n)_{n\geq 1}$ este convergent.

2. Fie $(a_n)_{n\geq 1}$ un sir de numere reale cu : $a_1 > 1$ si $a_1 + a_2 + \cdots + a_n = a_1 \cdot a_2 \cdots a_n$, $\forall n \geq 2$. Sa se arate ca sirul este convergent catre 1.

G.M.

3. Fie $A \in M_3(\mathbb{R})$, $A = \begin{pmatrix} 1 & 7 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \\ 4 & -1 & -3 \end{pmatrix}$. Calculati $A^n, n \in \mathbb{N}^*$.

4. Fie A, B $\in M_2(\mathbb{R})$ astfel incat AB=BA. Sa se arate ca:
$$det(A^2 + B^2 + AB) \geq \frac{3}{4}(detA - detB)^2$$

Notă:
Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp de lucru 3 ore.
Fiecare subiect se notează de la 0 la 7 puncte.